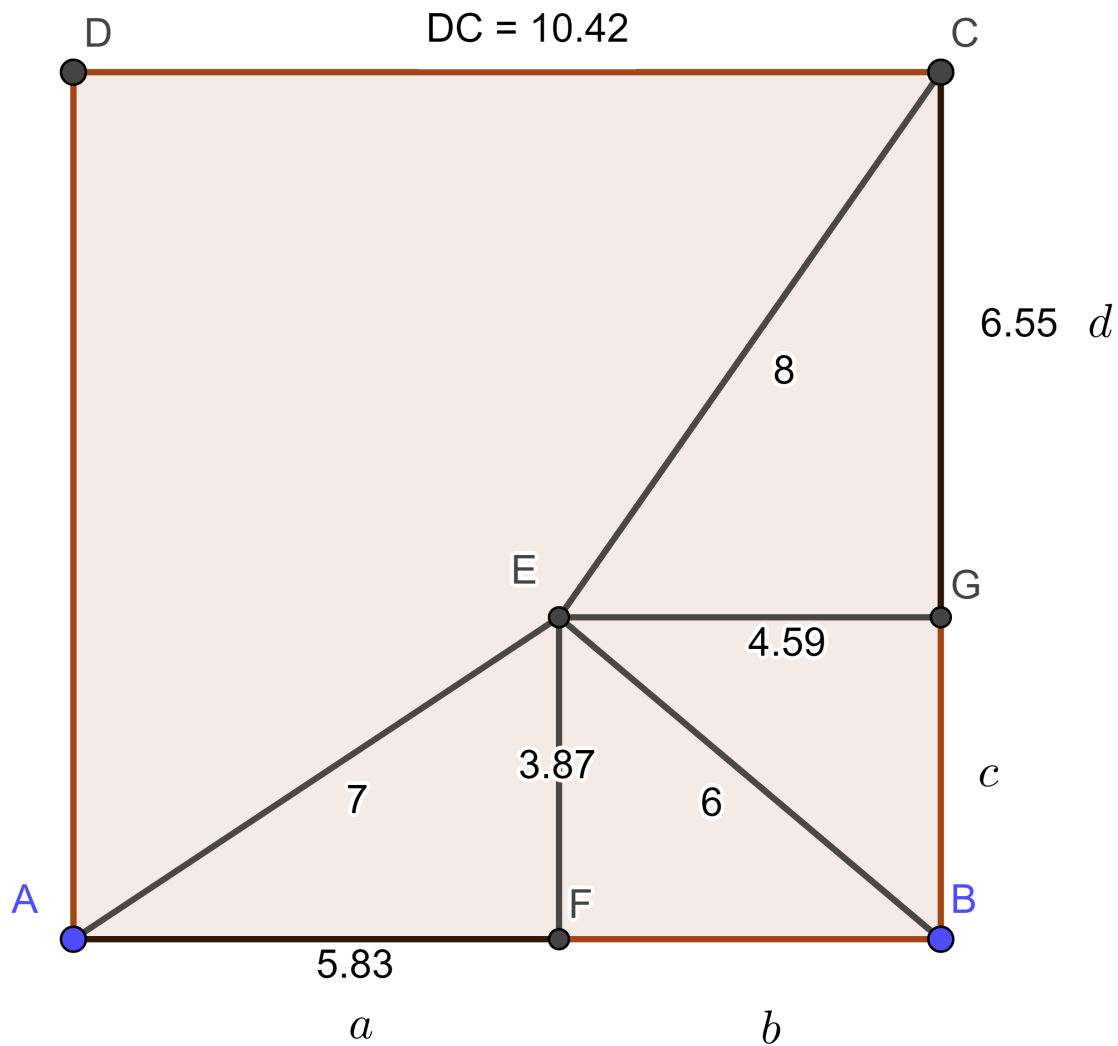


Solution 1 :



$$\begin{cases} a^2 + c^2 = 49 \\ b^2 + c^2 = 36 \\ b^2 + d^2 = 64 \\ a + b = c + d = x \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} (x - b)^2 + c^2 = 49 \\ b^2 + c^2 = 36 \\ b^2 + (x - c)^2 = 64 \\ a + b = c + d = x \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} x^2 - 2bx + b^2 + c^2 = 49 \\ b^2 + c^2 = 36 \\ b^2 + x^2 - 2cx + c^2 = 64 \\ a + b = c + d = x \end{cases} \text{ donc}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2bx = 13 \\ b^2 + c^2 = 36 \\ x^2 - 2cx = 28 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} x^2 - 13 = 2bx \\ b^2 + c^2 = 36 \\ x^2 - 28 = 2cx \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} \frac{x^2 - 13}{2x} = b \\ b^2 + c^2 = 36 \\ \frac{x^2 - 28}{2x} = c \end{cases} \text{ donc } \left(\frac{x^2 - 13}{2x}\right)^2 + \left(\frac{x^2 - 28}{2x}\right)^2 = 36$$

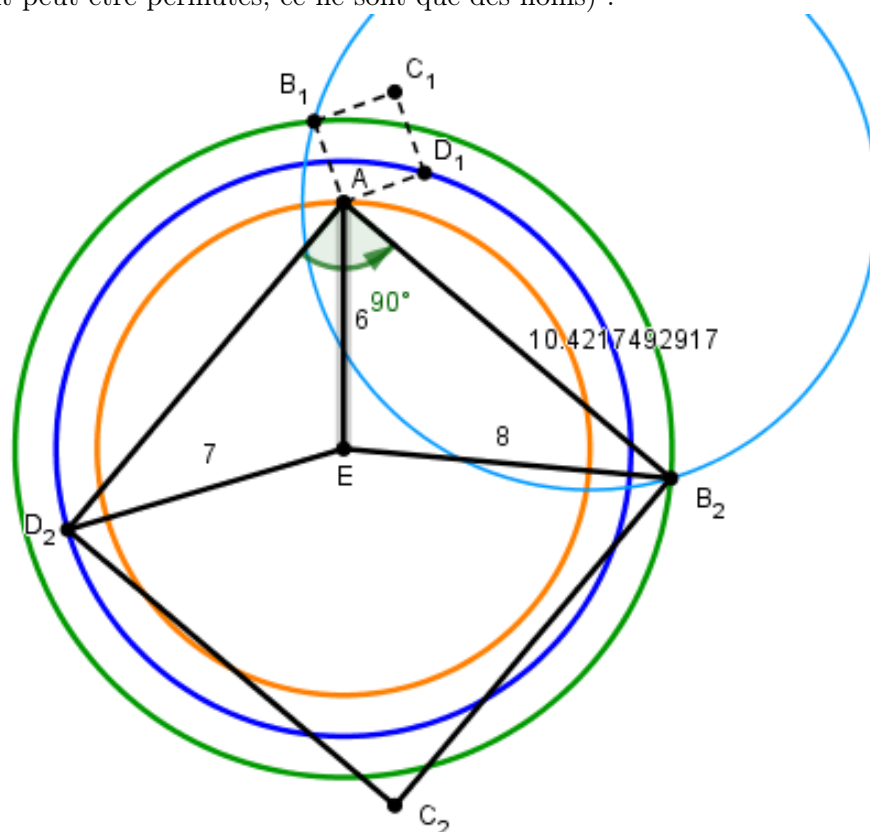
donc $\frac{x^4 - 26x^2 + 169}{4x^2} + \frac{x^4 - 56x^2 + 784}{4x^2} = 36$ donc $2x^4 - 226x^2 + 953 = 0$. Posons $X = x^2$

donc $2X^2 - 226X + 953 = 0$ donc $X_1 = \frac{226 - \sqrt{43\,452}}{4}$ ou $X_2 = \frac{226 + \sqrt{43\,452}}{4}$

donc $x_1 = \sqrt{\frac{113 - \sqrt{10\,863}}{2}} \approx 2,09$ ou $x_2 = \sqrt{\frac{113 + \sqrt{10\,863}}{2}} \approx 10,42$.

La première solution met E à l'extérieur du carré et la deuxième solution est confirmée par GeoGebra.

Solution 2 (rédigée par Mathafou) : on aurait aimé une construction purement géométrique à partir des seules données, et pas ce qui semble être l'injection du résultat des calculs sur papier. Par exemple (les noms sont peut être permutés, ce ne sont que des noms) :



Là aussi on peut chercher des généralisations : polygones à n côtés, rectangle de forme particulière, distances toutes entières etc (dans l'exo 6, 7, 8 la 4ème distance est irrationnelle, 77)

(Source : <https://www.ilemaths.net/sujet-calcul-d-aire-triangle-dans-un-carre-886590-2.html>)