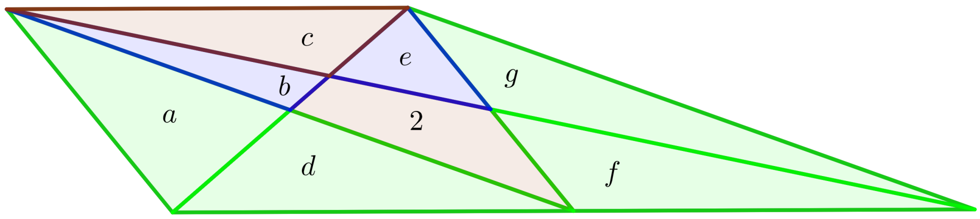
Corrigé d'une figure qui manque d'aires



Propriété 1 : Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu et elles le partagent en quatre triangles de même aire.

Démonstration : les triangles opposés par le sommet d'un parallélogramme ont la même aire par symétrie centrale.

Les triangles adjacents d'un parallélogramme ont la même aire car une médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire.

On déduit de la propriété 1 que dans le parallélogramme de gauche, les aires suivantes sont égales :

$a = d = b + c = e + 2$ (égalité 1)

De même, dans le parallélogramme de droite, les aires suivantes sont égales :

$f = g = c + e = b + 2$ (égalité 2)

En soustrayant membre à membre les deux égalités précédentes, on déduit que :

$b+c-(c+e) = (e+2)-(b+2)$ donc

$b-e = e-b$ donc

$e = b$ donc, d'après les égalités 1 et 2,

$c = 2$.

Propriété 2 : Les médianes d'un triangle se coupent aux deux tiers depuis les sommets.

On en déduit que dans le triangle formé par les aires b, c, e et 2, les deux droites intérieures sont les médianes, donc elles se coupent aux deux tiers depuis les sommets, or :

Propriété 3 : Une droite passant par un sommet d'un triangle le partage en deux triangles d'aires qui ont les mêmes proportions que les longueurs qu'elle délimite sur le côté opposé,

donc $c = 2b$ or $e = b$ donc $2 = 2e$.

En résumé : $e = b = 1$, d'autre part, $c = 2$ et enfin, $a = d = f = g = 3$.

CC MathAgora 2022